ECOLE SPECIALE DES TRAVAUX PUBLICS, DU BATIMENT ET DE L'INDUSTRIE

CONCOURS COMMUN D'ADMISSION
AUX ECOLES SUPERIEURES

DES TRAVAUX PUBLICS
DU BATIMENT
DE MECANIQUE-ELECTRICITE
DE TOPOGRAPHIE

>>>*<<<

SESSION 1974

2° INTERROGATION DE MATHEMATIQUES

Durée : 3 heures

NOTA - les cinq questions sont totalement indépendantes et peuvent être traitées dans un ordre arbitraire, sous réserve d'indiquer très lisiblement leur numéro.

Tous les repères sont supposés orthonormés, d'origine O.

>>>>**<<<<

I - Un point de l'espace sera repéré soit par ses coordonnées cartésiennes (x,y,z) soit par un système de coordonnées semi polaires (θ,ρ,z) avec $x = \rho \cos\theta \quad y = \rho \sin\theta$.

On désigne par (S) la sphère de centre O, de rayon 2a, par (C) le cône de révolution de sommet O, d'axe Oz, de demi angle au sommet $\pi/6$.

1°/ Déterminer les courbes (Γ) tracées sur (C) et telles que toute tangente à (Γ) soit également tangente à (S).

2°/ L'une de ces courbes, soit (Γ_0), est définie par $\rho = \dfrac{a}{\cos\frac{\theta}{2}}$; on l'oriente dans le sens des θ croissants et on prend comme origine des abscisses curvilignes sur (Γ_0) le point A correspondant à $\theta = 0$.

a) Calculer en fonction de θ l'abscisse curviligne s du point M de (Γ_0) correspondant à θ.

b) On désigne par $\vec{u}$ le vecteur unitaire de la tangente orientée en M à (Γ_0), par T le point de contact de (S) et de cette tangente. Démontrer $\vec{TM} = s\vec{u}$.

II - Soient M et m les images, dans le plan rapporté à un repère orthonormé, des 2 nombres complexes Z et z.

La relation $Z = \dfrac{1}{2}\left(z + \dfrac{c^2}{z}\right)$, c réel donné, définit une transformation $(\mathcal{C})$ associant M et m. Quel est le lieu du point M si m décrit :

1°) Un cercle de centre O (origine des coordonnées).

2°) Une droite passant par O.

Les courbes trouvées devront être tracées avec soin.

III - On donne les deux droites fixes :

$$(D)\ \begin{cases} y - x = 0 \\ z - h = 0 \end{cases} \qquad (D')\ \begin{cases} y + x = 0 \\ z + h = 0 \end{cases} \qquad h > 0$$

Un torseur $(\mathcal{T})$ est constitué de 2 glisseurs :

$\vec{V}$ de support (D) et dont la mesure algébrique de la projection orthogonale sur Ox est a .

$\vec{V'}$ de support (D') et dont la mesure algébrique de la projection orthogonale sur O x est λ .

a est fixé, λ est variable .

1°) Soit (Δ) l'axe central de $(\mathcal{T})$, M son point d'intersection avec le plan $x - y - z = 0$.

Déterminer et construire le lieu, quand λ varie, de la projection orthogonale de M sur xOy .

2°) Soit m_0 la projection orthogonale sur (Δ) d'un point donné $M\ (x_0\ y_0\ z_0)$.

Démontrer que, quand λ varie, m_0 reste dans un plan fixe dont on donnera l'équation, et que son lieu est une ellipse.

IV - On associe à tout point M d'un plan ses projections orthogonales P et Q sur les 2 axes de coordonnées. Soit m la projection orthogonale de M sur la droite PQ . On suppose le point M mobile dans le plan de telle sorte qu'à chaque instant son vecteur vitesse soit équipollent à $\overrightarrow{Mm}$.

1°) Déterminer et construire la trajectoire de M sachant qu'à la date $t = 0$ le point M est en $A\ (a\sqrt{2}, a)$ $a > 0$.

2°) Déterminer et construire, dans les mêmes conditions, l'hodographe du mouvement par rapport à O .

V - Soit (C) une courbe du plan, M un point de (C), K le centre de courbure de (C) en M, N le point d'intersection de la normale en M à (C) avec Ox , I le milieu du segment KN . Déterminer les courbes (C) telles que la longueur MI soit constante et égale à une longueur donnée a .

Construire celles de ces courbes tangentes à la droite $y = a$ au point A de coordonnées O ; a .

>>>>**<<<<

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail